



Colegio Tecnológico Pulmahue  
Coordinación Académica

### PLAN DE TRABAJO DE 3° MEDIO. Diferenciado. Límites, Derivadas e Integrales. guía 2.

Estimados estudiantes junto con saludar, y esperando cuiden su salud en estos momentos que vive el país, envío estas guías, en la que se explica el contenido, ejercicios resueltos y propuestos. Esperando apoyar sus prácticas diarias. Se despide cordialmente.

Profesora Jenny Matos Reyes.  
Profe de Matemática.

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES
3° MEDIO	30	Guía 2 31	01	Guía 2 fecha de entrega 02
	06	Guía 3 07	08	Guía 3 fecha de entrega 09

#### **Objetivo de Aprendizaje:**

- Caracterizar las funciones y sus elementos.

#### **Unidad 1: Límites.**

#### **Para iniciar.**

En esta guía se recordarán funciones en diversos contextos y sus elementos.



#### **Recordar**

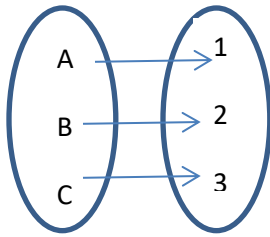
Las Funciones son relaciones que hay entre dos o más variables. En nuestro caso se trabajará con dos variables una dependiente y una independiente.

Hay ciertas condiciones para que una función exista, si no se cumplen es solo una relación.

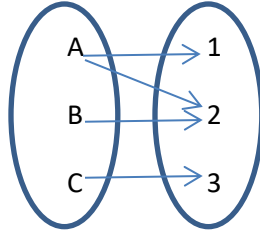
Estas son las condiciones que se deben cumplir:

- Para cada valor de la variable independiente debe solo corresponder un valor de la variable dependiente.
- No pueden existir valores en la variable independiente, que no tengan un correspondiente en la variable dependiente.

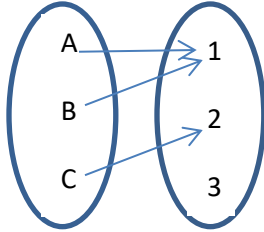
Ahora se muestran diagramas donde se representan las condiciones anteriores. Correspondiendo el primer ovalo a la variable independiente y el segundo ovalo a la variable dependiente:



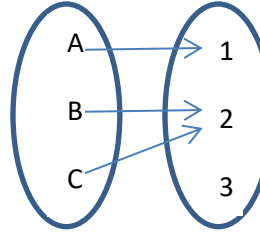
Es función



No es función



Es función



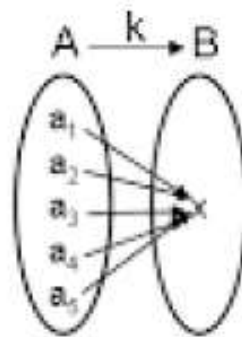
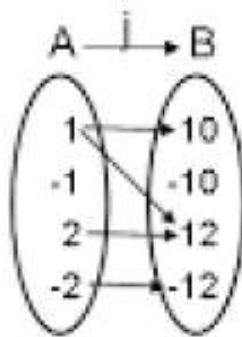
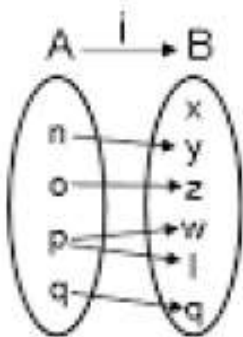
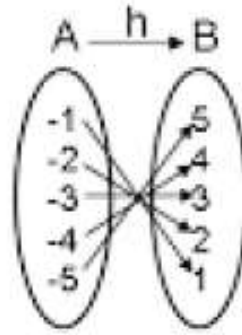
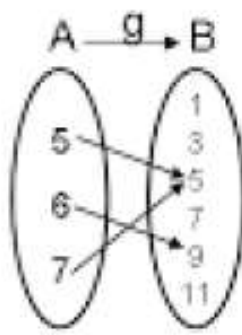
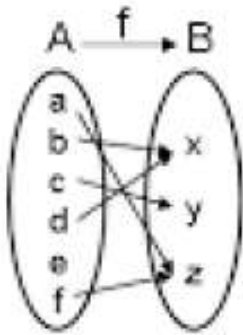
Es función

Los diagramas usados están representados por un Diagrama Sagital, el que permite verificar el tipo de relación entre dos



### Ejercitar

Determina si los siguientes diagramas representan o no una función



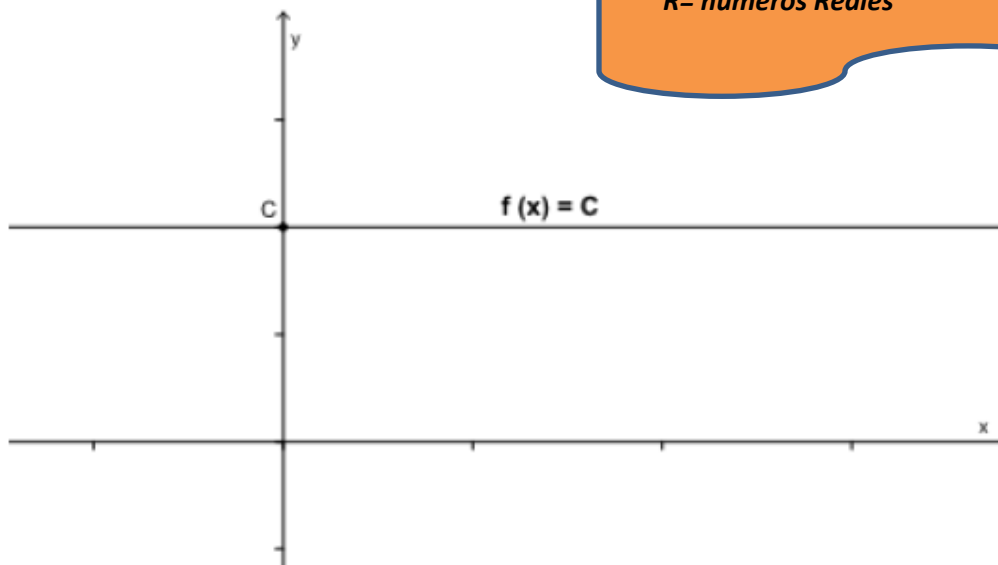
Estudiaremos varios tipos de funciones:

- ✓ **Las funciones de comportamiento lineal** representado por una curva llamada "Recta", entre ellas podemos encontrar.

**1.- La función Constante:** Este tipo de función es la que la variable dependiente, será siempre el mismo valor numérico, sin importar el valor numérico que tome la variable independiente. Algebraicamente se representa con la expresión.

**$F(x) = c$  donde  $c \in R \wedge c = \text{constante}$**

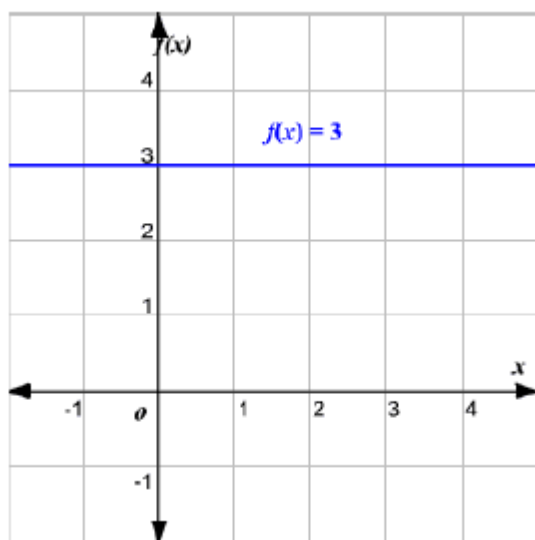
Gráficamente se representa:



$\wedge = y$   
 $\epsilon = \text{pertenece}$   
 $R = \text{números Reales}$

Ejemplo :

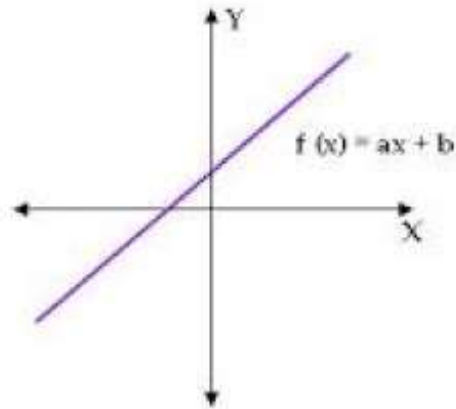
Sea la  $F(x) = 3$ , entonces su grafica es:



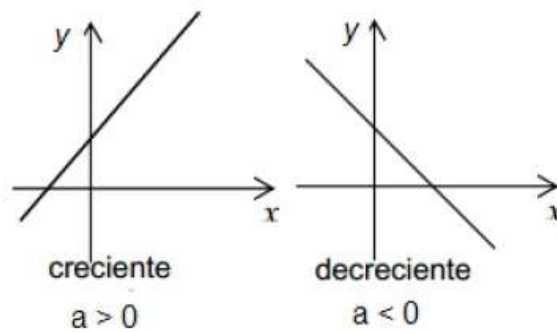
2.- La función Lineal: es una recta que algebraicamente se representa por la expresión.

$F(x) = ax + b$  donde:  $a, b \in \mathbb{R}$ , en la que  $a$  es la pendiente de la recta y  $b$  la constante de posición.

Gráficamente se representa:

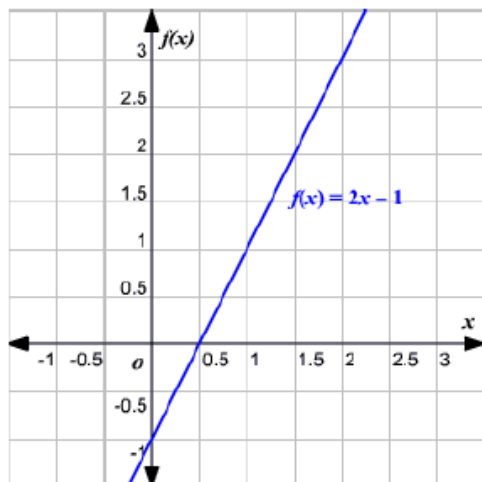


Se pueden presentar dos situaciones en una función lineal, donde la pendiente determina si es creciente o decreciente la curva.



Ejemplo.

Sea la función  $F(x) = 2x - 1$ , se grafica así.



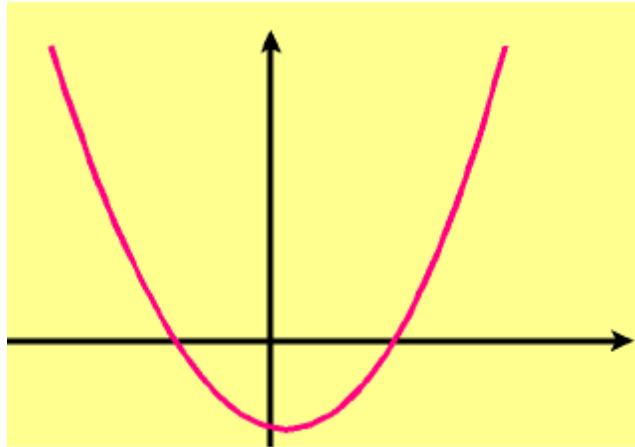
✓ **Funciones de comportamiento no lineal.**

Las funciones de comportamiento no lineal son aquellas que se representan por curvas que no corresponden a una recta. Entre ellas podemos encontrar:

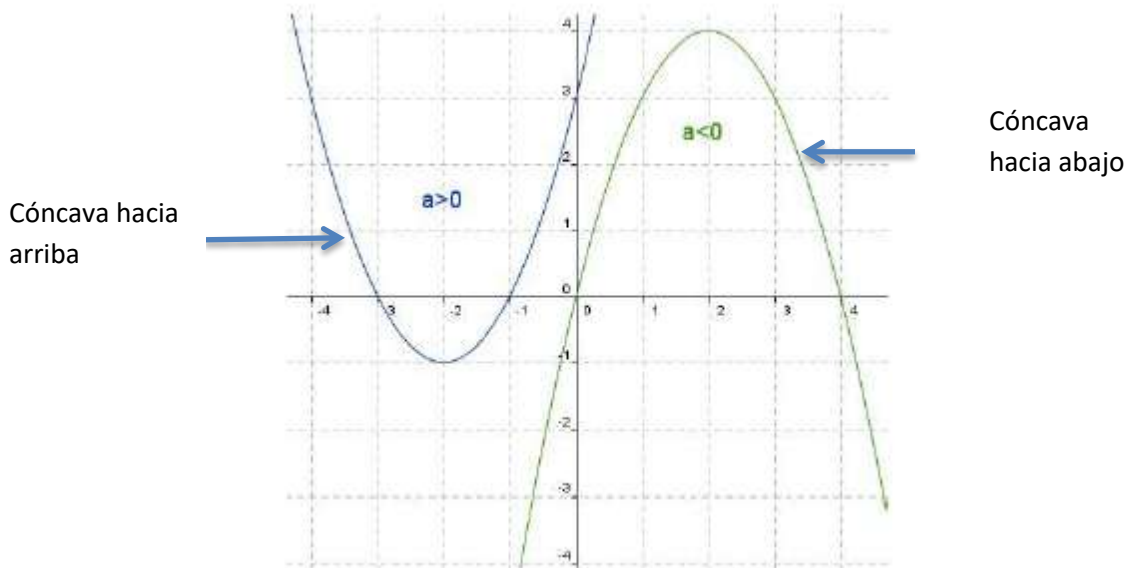
**1.- La función cuadrática:** Esta función se representa gráficamente por una curva denominada parábola. Algebraicamente se representa por la expresión.

$$F(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{donde } a, b \text{ y } c \in \mathbb{R} \quad \wedge a \neq 0$$

Gráficamente se representa:

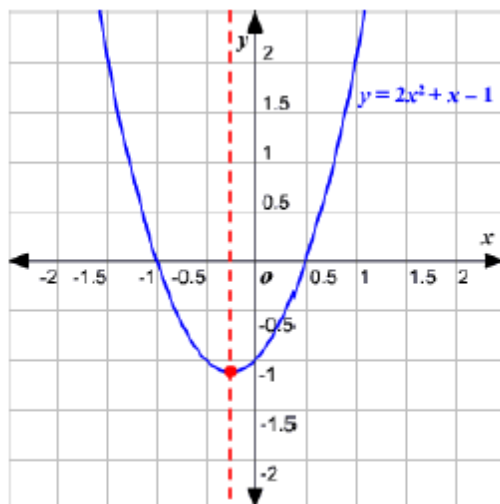


Esta función tiene otra característica importante que es su concavidad, puede ser hacia arriba o hacia abajo.



Ejemplo.

Sea la función  $F(x) = 2x^2 + x - 1$



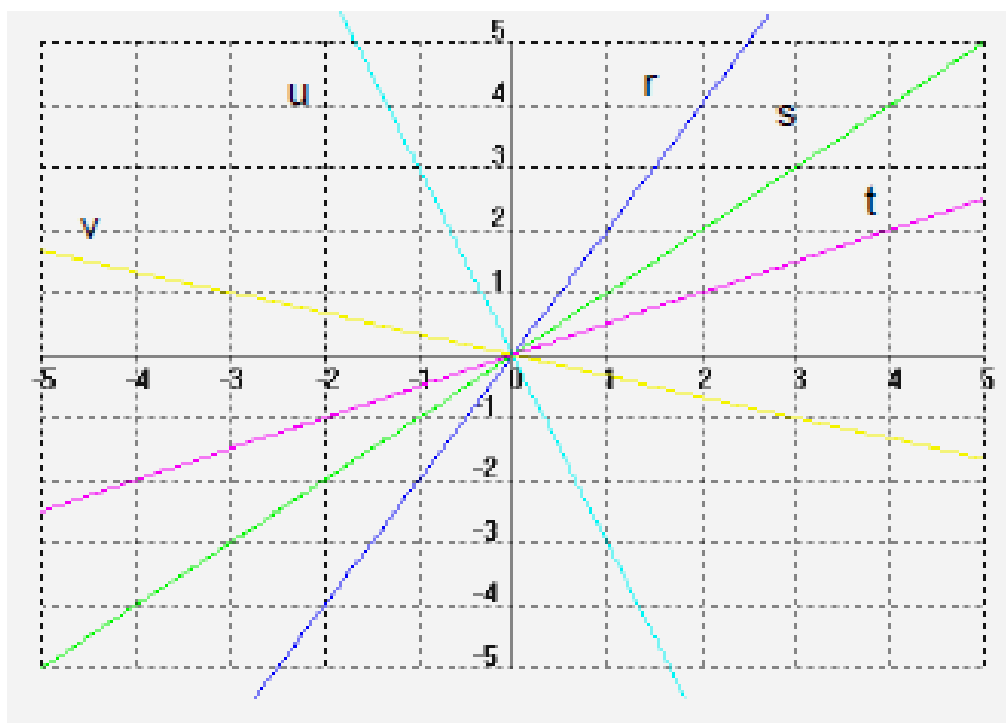
## Ejercitar

1.- Completa.

Completar la siguiente tabla (obsérvese el primer ejemplo):

Función expresada mediante un ENUNCIADO	Función expresada mediante EXPRESIÓN ALGEBRAICA
La función que a cada número le asocia su doble	$y=2x$
La función que a cada número le asocia su triple más 5	
	$y=2x+1$
La función que a cada número le asocia su mitad	
La función que a cada número le asocia su opuesto	
	$y=-x+2$
La función que expresa la distancia recorrida cada hora por un automóvil que circula a 60 km/h	
	$y=x^2$
La función que relaciona el radio de una circunferencia y su perímetro	
La función que relaciona el radio de una circunferencia y su área	

2.- Calcula la pendiente y las funciones de proporcionalidad directa que aparecen en el siguiente gráfico.



### Para cerrar

Escribe en tu cuaderno y resuelve.

Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente 5 y pasa por el punto  $P(-1,-2)$ . Comprobar la solución.  
(Soluc:  $y=5x+3$ )

Hallar la ecuación de la recta paralela a  $y=2x+5$  que pasa por el punto  $P(2,1)$ . ¿Cuál es su pendiente?  
(Soluc:  $y=2x-3$ )

✓ Ante cualquier duda o consulta comunicarse a través de correo:

[pulmahue.matematica.jbm@gmail.com](mailto:pulmahue.matematica.jbm@gmail.com)

[www.curriculumnacional.cl](http://www.curriculumnacional.cl) Aprendo en línea.

### Reconocer funciones en diversos contextos e identificar sus elementos.

- Una función es una regla que asocia a cada elemento  $x$  de un conjunto  $A$ , llamado preimagen, un único elemento  $f(x)$  de un conjunto  $B$ , llamado imagen.
- En la expresión  $y = f(x)$ ,  $y$  depende siempre de  $x$ , por esta razón a la variable  $x$  se le denomina variable independiente y a la variable  $y$  se le llama variable dependiente.
- El **dominio** de una función es el conjunto de elementos para los cuales la función está definida. Si  $f: A \rightarrow B$ , se tiene que  $A$  (conjunto de partida) es el dominio y se simboliza:  $Dom f = A$ , mientras que  $B$  (conjunto de llegada) es el **codominio**.
- El **recorrido** de una función está formado por todos los elementos del codominio que son la imagen de al menos un elemento del dominio. El recorrido de  $f$  es un subconjunto de  $B$  y se simboliza:  $Rec f$ .
- Una función se puede representar de diferentes maneras:
  - Describiendo la función por medio de palabras. Así, en la expresión "a cada número real se le asigna su doble", se establece  $f: A \rightarrow B$ , donde  $A$  es el conjunto  $\mathbb{R}$ , y  $B$  es el conjunto cuyos elementos son los números que cumplen la condición de ser el doble de cada elemento de  $A$ .
  - Por medio de una expresión algebraica que relaciona las variables. Por ejemplo,  $f(x) = 2x$ .
  - En un diagrama sagital, uniendo con una flecha cada elemento del dominio con su imagen.
  - Usando una tabla de valores, en la que se asignan algunos valores para la variables independientes en la primera fila o columna, y se escriben sus respectivas imágenes en la segunda.
  - Representando gráficamente en el plano cartesiano los pares ordenados  $(x, y)$  que cumplen  $y = f(x)$ .



**Escribe en tu cuaderno y responde. Usando la teoría anterior.**

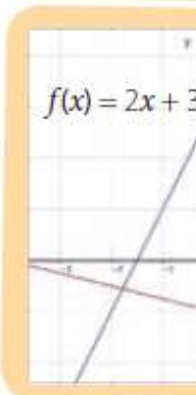
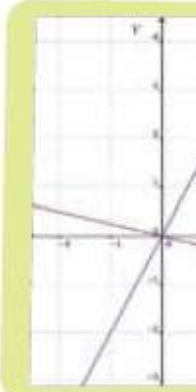
1.- Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica las falsas.

- a. El dominio de la función  $f: X \longrightarrow Y$  es siempre el conjunto de partida  $X$ .
- b. El recorrido de la función  $f: X \longrightarrow Y$  es siempre el codominio  $Y$ .
- c. En una función  $f$ , cada elemento del conjunto  $\text{dom } f$  debe tener su correspondiente imagen en el conjunto  $\text{rec } f$ .
- d. En una función  $f$ , cada elemento de su recorrido debe ser la imagen de solo un elemento de su dominio.

Se observan los siguientes recuadros para activar tus conocimientos previos.

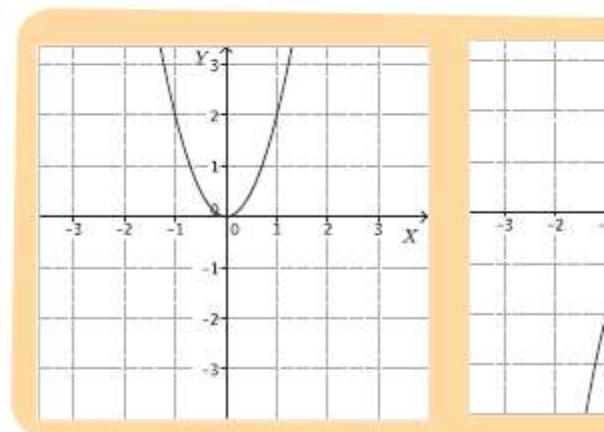
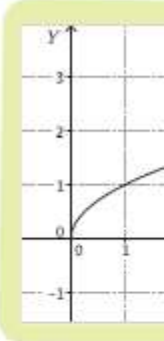
## Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín.

- Una **función lineal** es una función de la forma  $f(x) = mx$ , donde  $m$  es un número real distinto de 0.
- La gráfica de una función lineal es una recta que pasa por el origen  $(0, 0)$ . El grado de inclinación de la recta es la **pendiente** y se representa con la letra  $m$  en la función  $f(x) = mx$ . Por ejemplo, en la figura de la derecha,  $f(x) = 2x$ , tiene  $m > 0$ , mientras que  $g(x) = -\frac{1}{4}x$ , tiene  $m < 0$ .
- Tanto el dominio como el recorrido de la función lineal es el conjunto de todos los números reales.
- Una **función afín** es una función de la forma  $f(x) = mx + n$ , donde  $m$  y  $n$  son números reales distintos de 0.
- La gráfica de una función afín es una recta cuya pendiente es  $m$  y cuyo punto de intersección con el eje  $Y$  es  $(0, n)$ . Por ejemplo, la gráfica de la función  $f(x) = 2x + 3$ , representada en la figura de la derecha, tiene pendiente igual a 2 e interseca al eje  $Y$  en el punto  $(0, 3)$ .
- Al igual que en una función lineal, el dominio y el recorrido de la función afín es el conjunto de todos los números reales.



## Analizar las funciones raíz cuadrada y cuadrática.

- Llamamos **función raíz cuadrada** a la función del tipo  $f(x) = \sqrt{x}$ . En la figura de la derecha se muestra la gráfica de esta función.
- Tanto el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{x}$  como su recorrido son todos los números reales positivos y el cero.
- Una **función cuadrática** es una función de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y  $a$  es distinto de 0.
- La representación gráfica de una función cuadrática es una curva llamada parábola, la cual se abre hacia arriba si  $a > 0$  y hacia abajo si  $a < 0$ , como se ven en las figuras inferiores.
- Se pueden combinar desplazamientos verticales y horizontales de modo que la gráfica de la función cuadrática  $g(x) = (x - h)^2 + k$  esté desplazada verticalmente en  $|k|$  unidades y horizontalmente en  $|h|$  unidades, respecto de la gráfica de  $f(x) = x^2$ . El vértice de la gráfica de  $g$  se sitúa en  $(h, k)$ .



**Escribe en tu cuaderno y responde. Usando la teoría anterior.**

1.- La siguiente tabla muestra la relación entre el tiempo y la distancia recorrida por un vehículo que se mueve con rapidez constante.

<b>Tiempo (s)</b>	1	3	5	7	9
<b>Distancia recorrida (m)</b>	12	36	60	84	108

a.- A partir de los datos de la tabla construye un gráfico que relacione las variables involucradas.

b.- ¿Con que modelarías la situación?

c.- ¿Cuántos metros habrá recorrido el vehículo al cabo de 2 minutos?

2.- Determina en cada caso, si la relación entre las variables corresponde a una función o no. Justifica tu respuesta.

- a. Un número natural y su sucesor.
- b. La longitud del lado de un cuadrado y su área.
- c. Un número racional y su representación como fracción.
- d. Un punto cualquiera y el camino para llegar desde él hasta un punto distinto.

3.- Un malabarista lanza una pelota con una rapidez de 4 m/seg. Después de haber sido lanzada, la función describe su altura medida en metros, según el tiempo es:

$$h(t) = 1,2 + 4t - 2t^2.$$

- a. ¿Cuál es la altura máxima que alcanzó la pelota?
- b. ¿Cuánto tiempo demoró en alcanzar la altura máxima?
- c. ¿Cuánto tiempo permaneció en el aire?

4.- Determina el dominio en las siguientes funciones

- a.  $f(x) = x^2 + 4$
- b.  $f(x) = \sqrt{x - 1}$
- c.  $f(x) = (x + 5)^2$

**Cierre.**

Se recordó que hay diferentes formas de representar una función, también que representa una variable dependiente y una independiente, se recordó como identificar una función lineal y a fin, también una función de raíz cuadrada y cuadrática.

✓ Ante cualquier duda o consulta comunicarse a través de correo: [matemática.dos@hotmail.com](mailto:matemática.dos@hotmail.com)

Consulta en esta pag. Web. [www.curriculumnacional.cl](http://www.curriculumnacional.cl) Aprendo en línea.

***Jenny Bert Matos Reyes***  
***Profesora de Matemática***  
***Colegio Técnico Pulmahue***